

# COMBINATORIA

## ÍNDICE :

1. **Introducción**
2. **Número factorial**
3. **Variaciones**
4. **Permutaciones**
5. **Combinaciones**
6. **Números combinatorios**
7. **Triángulo de Tartaglia**
8. **Binomio de Newton**

**Introducción :** La combinatoria estudia las diferentes formas en que se pueden realizar la ordenación o agrupamiento de unos cuantos objetos siguiendo unas determinadas condiciones o reglas . Una forma de hacer estos recuentos es utilizar los **diagramas en árbol** . Estos recuentos están intimamente relacionados con la **probabilidad** .

**Número factorial :** es el producto de  $n^{os}$  consecutivos naturales

$$n! = (n) \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Todo producto tiene al menos dos factores , luego debemos admitir que  $0! = 1$  y que  $1! = 1$

### **Variaciones ordinarias :**

Se llama variaciones ordinarias de  $m$  elementos tomados de  $n$  en  $n$  ( $n \leq m$ ) a los distintos grupos formados por  $n$  elementos de forma que :

- los  $n$  elementos que forman el grupo son distintos ( no se repiten )
- Dos grupos son distintos si se diferencian en algún elemento o en el orden en que están colocados ( influye el orden ) .

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

**Variaciones con repetición :** se llama variaciones con repetición de  $m$  elementos tomados de  $n$  en  $n$  a los distintos grupos formados por  $n$  elementos de manera que :

- los elementos que forman cada grupo pueden estar repetidos
- Dos grupos son distintos si se diferencian en algún elemento o en el orden en que estos están colocados ( influye el orden ) .

$$VR_{m,n} = m^n$$

**Permutaciones ordinarias :** se llama permutaciones de  $m$  elementos a las diferentes agrupaciones de esos  $m$  elementos de forma que :

- en cada grupo intervienen los  $m$  elementos sin repetirse ninguno (intervienen todos los elementos )
- dos grupos son diferentes si el orden de colocación de alguno de esos  $m$  elementos es distinto ( influye el orden ) .

$$P_m = m!$$

**Permutaciones con repetición :** se llama permutaciones con repetición de m elementos donde el primer elemento se repite a veces , el segundo b veces , el tercer c ..... a los distintos grupos que pueden formarse con esos m elementos de forma que :

- intervienen todos los elementos
- dos grupos se diferencian en el orden de colocación de alguno de sus elementos .

$$PR_m^{a,b,c,\dots} = \frac{m!}{a!b!c!\dots}$$

**Combinaciones :** se llama combinaciones de m elementos tomados de n en n ( n ≤ m ) a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que :

- cada agrupación está formada por n elementos distintos entre sí
- dos agrupaciones distintas se diferencian al menos en un elemento , sin tener en cuenta el orden .

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!} = \binom{m}{n} = \text{número combinatorio}$$

**Combinaciones con repetición :** se llama combinaciones con repetición de m elementos tomados de n en n , a los distintos grupos formados por n elementos de manera que :

- los elementos que forman cada grupo pueden estar repetidos
- dos agrupaciones distintas se diferencian al menos en un elemento , sin tener en cuenta el orden .

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!} = \binom{m+n-1}{n}$$

Por ejemplo las combinaciones con repetición de los elementos (a,b,c,d) tomados de dos en dos son :

aa ab ac ad  
bb bc bd  
cc cd  
dd

Otro ejemplo : en una bodega hay 12 botellas de ron , 12 de ginebra y 12 de añís .Un cliente compró 8 botellas en total . ¿Cuántas posibilidades hay ?

$$CR_{8,3} = 120$$

**Resumen :**



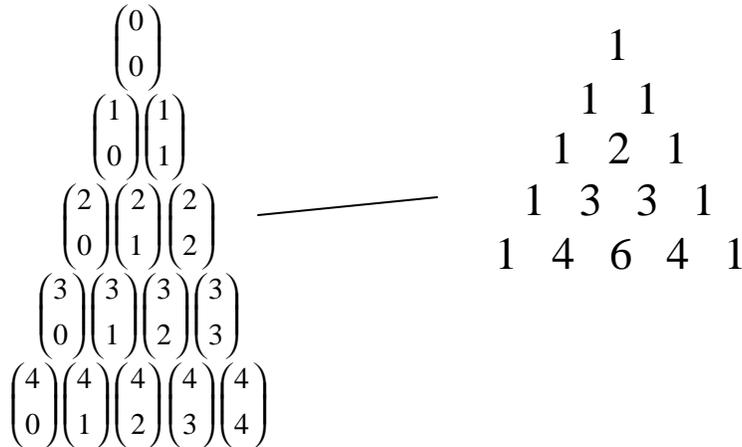
**Números combinatorios :** se llama número combinatorio de índice m y orden n al número de combinaciones de m elementos tomados de n en n tales que n ≤ m .

$$\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Propiedades :

- $\binom{m}{0} = \binom{m}{n} = 1$
- $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$
- $\binom{m}{n} + \binom{m}{n+1} = \binom{m+1}{n+1}$
- $\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \dots + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n+1}$

**Triángulo de Tartaglia o Pascal :**



**Binomio de Newton :**

$$(a + b) = a + b$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

.....  
 Si nos fijamos atentamente , los coeficientes coinciden con los del triángulo de Pascal , los exponentes de a van disminuyendo desde n hasta 0 y los de b van aumentando desde 0 hasta n , y en cada término la suma de los exponentes de a y b es igual a n .

Generalizando :

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \dots + \binom{n}{n-1} a^1 b^{n-1} + \binom{n}{n} a^0 b^n$$